

Міністерство освіти і науки України
Львівський національний університет імені Івана Франка

Затверджено
на засіданні приймальної комісії
Львівського національного університету
імені Івана Франка
28.03.2025 р. (протокол № 80/3)

В. о. ректора Володимир МЕЛЬНИК



**ПРОГРАМА
фахового вступного іспиту
для здобуття третього (освітньо-наукового) рівня вищої освіти
доктора філософії**

**Спеціальність – F1 «Прикладна математика»
Освітньо-наукова програма – «Прикладна математика»**

Механіко-математичний факультет

Львів 2025

ПРОГРАМА
вступного випробування зі спеціальності
для здобуття наукового ступеня доктора філософії
у Львівському національному університеті імені Івана Франка

Науковий ступінь: доктор філософії
за спеціальністю F1 Прикладна математика
напрям «Механіка деформівного твердого тіла»

ТЕОРЕТИЧНА МЕХАНІКА

1. Рівняння Мещерського та формула Ціолковського.
2. Канонічні рівняння руху механічної системи.
3. Принцип д'Аламбера-Лагранжа.
4. Рівняння Гамільтона-Якобі. Теорема Якобі.
5. Кінематичні та динамічні рівняння Ейлера.
6. Принцип найменшого вимушення Гаусса.
7. Принцип можливих переміщень Лагранжа.
8. Теорема про рух центра інерції матеріальної системи.
9. Принцип стаціонарної дії Гамільтона.
10. Рівняння Рауса-Фосса для неголономних систем.
11. Теорема про зміну кінетичної енергії системи матеріальних точок.
12. Диференціальні рівняння відносного руху.
13. Теорема про зміну кінетичного моменту системи матеріальних точок.
14. Рівняння Лагранжа другого роду.

ОПІР МАТЕРІАЛІВ

1. Завдання та об'єкти вивчення опору матеріалів. Розрахункова схема. Гіпотези та принципи опору матеріалів. Класифікація навантажень.
2. Нормальне і дотичне напруження, пружні та пластичні деформації, їх фізичний зміст.
3. Метод перерізів визначення внутрішніх зусиль в поперечних перерізах бруса. Інтегральні співвідношення між внутрішніми зусиллями та напруженнями.
4. Деформація розтягування-стискування прямолінійного стрижня. Гіпотеза плоских перерізів Бернуллі під час розтягування-стискування стрижня. Нормальне напруження в поперечних перерізах стрижнів.
5. Деформація стрижня сталого поперечного перерізу під дією постійної розтягувальної (стискувальної) сили. Деформація ступінчастого стрижня під розтягуванням-стискуванням. Розрахунки стрижнів на міцність і жорсткість. Метод допустимих напружень. Коефіцієнти запасу міцності.
6. Випробування зразків матеріалів на розтягування та стискування. Умовна та дійсна діаграми розтягу. Характеристики міцності та пластичності матеріалів. Фактори впливу на механічні властивості матеріалів.
7. Розрахунок стрижня на міцність під час розтягування-стискування з урахуванням його власної ваги. Рівноміцний стрижень під розтягуванням-стискуванням.

8. Статично-невизначувані стрижневі системи. Розрахунок статично-невизначуваних стрижневих систем. Температурні та монтажні напруження.
9. Деформація скручування валів. Крутні моменти. Гіпотеза плоских перерізів Бернуллі під час скручування валів. Закон Гука при зсуві. Дотичні напруження у валах під скручуванням.
10. Деформації валу сталого поперечного перерізу та ступінчастого валу. Розрахунки на міцність та жорсткість валів під скручуванням.
11. Скручування брусів некруглого поперечного перерізу. Депланація бруса. Дотичні напруження. Розрахунки на міцність та жорсткість брусів прямокутного перерізу під скручуванням.
12. Напружений стан в точці тіла. Тензор напружень. Закон парності дотичних напружень. Головні площинки та головні напруження.
13. Види напруженого стану в точці тіла. Характеристичне рівняння для визначення головних напружень. Інваріанти тензора напружень.
14. Плоский напружений стан. Пряма та обернена задачі плоского напруженого стану. Чистий зсув.
15. Об'ємний напружений стан. Узагальнений закон Гука для ізотропного матеріалу. Об'ємний модуль пружності. Зв'язок між модулем Юнга, модулем зсуву та коефіцієнтом Пуассона для ізотропного матеріалу.
16. Гіпотези міцності в опорі матеріалів.
17. Деформація прямого згину балки. Види балок та способи їх закріплень. Внутрішні зусилля у поперечних перерізах балок. Диференціальні залежності між інтенсивністю розподіленого навантаження, поперечною силою та згинальним моментом.
18. Гіпотеза плоских перерізів Бернуллі під час згину балки. Нормальні напруження при чистому та поперечному згину балки.
19. Дотичні напруження під час поперечного згину балки. Формула Журавського. Повна перевірка балки на міцність.
20. Універсальне рівняння зігнутої осі балки. Метод початкових параметрів.
21. Позацентрове розтягування-стискування бруса великої жорсткості. Напруження під час позацентрового розтягування-стискування. Нейтральна лінія. Ядро перерізу.
22. Косий згин балки. Нормальні напруження при косому згині. Нейтральна лінія та розрахунки на міцність.
23. Сумісний згин з крученням брусів круглого поперечного перерізу. Еквівалентні напруження та приведені моменти при сумісному згині з крученням.
24. Повздовжній згин стрижня. Задача Ейлера. Формули Ейлера та Ясинського для критичної сили. Діаграма критичних напружень.
25. Статично визначувані та статично-невизначувані рами. Узагальнені сили і переміщення. Робота зовнішніх і внутрішніх сил.
26. Принцип можливих переміщень для пружних систем. Теорема взаємності робіт Бетті. Інтеграл Мора.
27. Метод сил розкриття статичної невизначуваності стрижневих систем.
28. Ударні навантаження стрижневих систем. Засади технічної теорії удару. Динамічний коефіцієнт при поздовжньому ударі.
29. Циклічні навантаження. Цикл напружень та його параметри. Втома та витривалість матеріалу при циклічному навантаженні. Крива втоми та межа витривалості матеріалу.
30. Ідеальний пружно-пластичний матеріал. Метод руйнівних навантажень в розрахунках на міцність.

МЕХАНІКА СУЦІЛЬНОГО СЕРЕДОВИЩА

1. Тензор кривини Рімана-Крістоффеля. Умова евклідовості простору. Умови сумісності деформації Сен-Венана.
2. Рівняння руху суцільного середовища. Закон збереження маси.
3. Теорема про зміну кінетичного моменту для суцільного середовища. Закон парності дотичних напружень.
4. Другий закон термодинаміки. Ентропія. Рівняння балансу ентропії.
5. Термодинамічні потенціали: вільна енергія, внутрішня енергія, термодинамічний потенціал Гіббса.
6. Визначальні співвідношення моделі термопружного тіла.
7. Співвідношення Дюамеля-Неймана.
8. Векторне рівняння руху лінійного термопружного тіла.
9. Замкнута система рівнянь руху моделі ідеальної рідини.
10. Обтікання круглого циліндра потоком ідеальної нестисливої рідини. Парадокс д'Аламбера.
11. Визначальні співвідношення моделі в'язкої ньютонової рідини.
12. Замкнута система рівнянь руху моделі в'язкої ньютонової рідини. Рівняння Нав'є-Стокса.
13. Обтікання тонкої круглої пластини потоком ідеальної нестисливої рідини.
14. Течія в'язкої рідини в циліндричній трубі. Формула Пуазейля.
15. Визначальні співвідношення моделі в'язко-пружного тіла Фойхта.
16. Визначальні співвідношення моделі в'язко-пружної рідини Максвелла.

ТЕОРІЯ ПРУЖНОСТІ ТА ПЛАСТИЧНОСТІ

1. Механічний зміст діагональних і недіагональних компонент тензорів Гріна і Альмансі.
2. Визначення зміщень за компонентами тензора деформації Коші (формула Чезаро).
3. Умови сумісності Сен-Венана.
4. Тензор напружень Коші, механічний зміст його компонент.
5. Гідростатичний та девіаторний напруженій стан. Октаедричні напруження.
6. Узагальнений закон Гука. Зведення числа пружних сталих для різних випадків симетрії будови тіла.
7. Рівняння руху деформівного твердого тіла у формі Ляме. Постановка динамічної задачі для деформівного твердого тіла в переміщеннях.
8. Подання вектора пружного переміщення у формі Ляме.
9. Подання загального розв'язку статичних рівнянь у формах Папковича-Нейбера та Гальоркіна.
10. Умови сумісності Бельтрамі-Мічелла. Постановка статичної задачі теорії пружності для твердого тіла в напруженнях.
11. Принцип мінімуму потенціальної енергії системи.
12. Варіаційне рівняння Лагранжа.
13. Принцип мінімуму додаткової роботи.
14. Кручення призматичних стрижнів. Задача Сен-Венана.
15. Згин призматичного стрижня зосередженою силою.
16. Умови текучості Треска-Сен-Венана та Губера-Мізеса.
17. Постулат Драккера, його наслідки, принцип градієнтальності.
18. Асоційований закон пластичності. Огляд теорії пластичної текучості для середовищ із зміцненням.
19. Моделі ідеальної пластичності. Теорії Сен-Венана-Леві-Мізеса та Прандтля-Рейсса.
20. Класична теорія текучості. Постановка задачі теорії пластичної текучості.

21. Загальні співвідношення деформаційної теорії Генкі-Надаї та теорії малих пружнопластичних деформацій (ТМППД).
22. Постановка крайових задач ТМППД. Теорема єдиності.
23. Метод пружних розв'язків Ільюшина. Метод змінних параметрів пружності.
24. Теорема про просте навантаження. Теорема про p -накладання. Теорема про розвантаження.
25. Постулат макроскопічної визначеності. Загальний постулат ізотропії.
26. Основи теорії пружно-пластичних процесів Ільюшина (простори Ільюшина, частковий постулат ізотропії, теорема ізоморфізму).
27. Принцип запізнення, гіпотеза локальної визначеності. Класифікація визначальних співвідношень теорії пружно-пластичних процесів.
28. Згин призматичного бруса за рівняннями деформаційної теорії пластичності.
29. Пружно-пластична рівновага товстостінної сфери під дією внутрішнього тиску.
30. Задача Ляме про пружно-пластичну рівновагу циліндричної труби під дією внутрішнього тиску та розтягувальної сили.
31. Кручення стрижнів з ідеального пружно-пластичного матеріалу.
32. Плоска деформація. Загальні співвідношення. Лінії ковзання. Крайові умови та крайові задачі.

ЛІТЕРАТУРА

1. Павловський М.А. Теоретична механіка: Підручник. – К.: Техніка, 2002. – 512 с.
2. Теоретична та прикладна механіка: навчальний посібник: в 4 ч. Ч. 1: Теоретична механіка / Шевченко В.Г., Фурсіна А.Д., Шумікін С.О., Кружнова С.Ю. – Запоріжжя: НУ «Запорізька політехніка», 2022. – 188 с.
3. Теоретична механіка: навчальний посібник / П.К. Штанько, В.Г. Шевченко, О.С. Омельченко, Л.Ф. Дзюба, В.Р. Пасіка, О.М. Поляков; за ред. П.К. Штанька. – Запоріжжя: НУ «Запорізька політехніка», 2021. – 464 с.
4. Булгаков М.В., Яременко В.В., Черниш О.М., Березовий М.Г. Теоретична механіка. Підручник. – К.: Центр навчальної літератури, 2017. – 640 с.
5. Березін Л.М., Кошель С.О. Теоретична механіка. Навчальний посібник. – К.: Центр навчальної літератури, 2019. – 218 с.
6. Кузьо І.В., Ванькович Т.-Н.М., Зінько Я.А., Боженко М.В. Теоретична механіка. Динаміка твердого тіла. Принципи механіки. Навчальний посібник. – Львів: Видавництво Львівської політехніки, 2009. – 132 с.
7. Beer F.P., Johnston E.R., Mazurek D.F., Cornwell P.J., Self B.P. Vector Mechanics for Engineers: Statics And Dynamics/ Published by McGraw-Hill Education, 2 Penn Plaza, New York, NY 10121, 2019. – 1505 p.
8. Писаренко Г.С. Опір матеріалів / Г.С. Писаренко, О.Я. Квітка, Е.С. Уманський. – К.: Вища школа, 2004. – 635 с.
9. Швабюк В.І. Опір матеріалів / В.І. Швабюк. – К.: Знання, 2016. – 407 с.
10. Ольховий І.М., Стасюк Б.М., Станкевич В.З. Короткий курс опору матеріалів. – Львів: Вид-во НУ "ЛП", 2004. – 196 с.
11. Андрейків О.Є., Штаюра С.Т. Експериментальна механіка матеріалів. Ч. 1 – Львів: В-во ЛНУ, 2003.
12. Mittelstedt Ch. Engineering Mechanics 2: Strength of Materials / Springer Vieweg. – 2023. – 328 p.
13. Mott R.L., Untener J.A. Applied Strength of materials / CRC Press. – 2018. – 839 p.
14. Domanski J. SolidWorks Simulation 2020. Statyczna analiza wytrzymalosciowa / Helion. – 2020. – 336 p.
15. Кепич Т.Ю. Основи механіки суцільних середовищ (загальні положення та динаміка ідеальної рідини). Навчальний посібник / Т.Ю. Кепич, О.Г. Куценко, О.М. Харитонов – К.: “ЛОГОС”, 2006.–197 с.
16. Ванін В.А. Математичні моделі та чисельні методи в задачах механіки суцільного середовища: Навчальний посібник – Харків: НТУ «ХПІ», 2018. – 209 с.
17. Mase G.T. Continuum Mechanics for Engineers / G.T. Mase, R.E. Smelser, J.S. Rossmann. – Taylor & Francis, 2020.
18. Nayak P.K. Continuum Mechanics / Prasun K.N., Mijanur R.S. – Taylor & Francis, 2022. – 294 p.
19. Божидарник В.В. Елементи теорії пружності / В.В. Божидарник, Г.Т. Сулим. – Львів: Світ. – 1994. – 580 с.
20. Бабенко А.Є. Теорія пружності. Частина 1: підручник / А.Є. Бабенко, М.І. Бобир, С.Л. Бойко. – Київ: Основа, 2009. – 244 с.
21. Божидарник В.В. Елементи теорії пластичності та міцності / В.В. Божидарник, В.В. Сулим – Львів: Світ, 1999. Т. 1. – 532 с.
22. Божидарник В.В. Теорія пластичності / В.В. Божидарник, В.В. Сулим – Київ: УМК ВО, 1991. – 144 с.

23. Чихладзе Е.Д. Основи лінійної теорії пружності, пластичності та повзучості: Навч. посібник / Е.Д. Чихладзе, М.А. Веревічева, Є.І. Галагуря та ін. – Харків: УкрДАЗТ, 2010. – 149 с.
24. Хомик Н.І. Опір матеріалів (спецкурс) і основи теорії пружності і пластичності / Н.І. Хомик, Т.А. Довбуш, Н.А. Рубінець. – Тернопіль: ФОП Паляниця В.А., 2017. – 232 с.
25. Трач В.М. Опір матеріалів (спеціальний курс), теорії пружності та пластичності / В.М. Трач, А.В. Подводний. – Київ: Каравела, 2016. – 434 с.
26. Можаровський М.С. Теорія пружності, пластичності і повзучості: підручник / Можаровський М.С. – К.: Вища школа, 2002. – 308 с.
27. Tongxi Yu. Introduction to Engineering Plasticity: Fundamentals with Applications in Metal Forming, Limit Analysis and Energy Absorption / Tongxi Yu, Pu Xue. – Elsevier, 2022. – 404 p.
28. Тітов В.А. Теорія пластичної деформації-2. Математичні основи пластичної деформації. Конспект лекцій / КПІ ім. Ігоря Сікорського; уклад.: В.А.Тітов, Н.К. Злочевська. – Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2022. – 75 с.

Структура програми та порядок вибору питань

Програма містить 4 блоки питань. Вступник отримує по одному питанню з кожного блоку.

Критерій оцінювання відповідей на питання

Кожне питання оцінюється в 40 балів.

0-10 балів – питання майже не розкрито, кількість викладеного матеріалу практично його не висвітлює;

11-20 балів – виявлено множинні неточності та невідповідності, пояснення відсутні чи частково помилкові;

21-30 балів – відтворюється значна частина розглянутого питання, проте є неточності та/або невідповідності;

31-40 балів – відповідь на питання подано у повному обсязі, правильно та обґрунтовано.

Тематика та наукові керівники
за спеціальністю F1 Прикладна математика
(напрям «Механіка деформівного твердого тіла»)

На кафедрі механіки здійснюється підготовка аспірантів по захисту дисертаційних робіт за спеціальністю **F1 Прикладна математика** (напрям "Механіка деформівного твердого тіла").

Головні напрями наукових досліджень: концентрація напружень і руйнування поблизу масивних і тонких деформівних дефектів у термопружних середовищах; теорія дислокацій і точкових дефектів; некласичні задачі термопружності та гідромеханіки; числові методи розв'язування задач нелінійної теорії пружності і пластичності; механіка композитів, механіка руйнування матеріалів, міцність і довговічність елементів конструкцій; водневе матеріалознавство; методи неруйнівного контролю.

Наукові керівники

№з/п	Науковий ступінь	Прізвище, ім'я, по-батькові потенційного керівника	Спеціальність, за якою ведеться наукове керівництво	Основні напрямки досліджень
1	Чл.-кор. НАНУ, д.т.н.	Андрейків Олександр Євгенович	F1 Прикладна математика	Механіка руйнування і міцність матеріалів, технічна діагностика матеріалів і конструкцій
2	Д.Ф.-м.н.	Станкевич Володимир Зенонович	F1 Прикладна математика	Механіка деформівного твердого тіла, метод граничних інтегральних рівнянь, тривимірні статичні та динамічні задачі пружних кусково-однорідних тіл з тонкостінними дефектами, акустична емісія.
3	К.Ф.-м.н.	Звізло Іван Степанович	F1 Прикладна математика	Механіка твердого деформівного тіла, теорія пружності, згин пластин з тріщинами.
4	К.Ф.-м.н.	Кузь Ігор Степанович	F1 Прикладна математика	Обчислювальна механіка твердого деформівного тіла
5	К.Ф.-м.н.	Слободян Микола Степанович	F1 Прикладна математика	Механіка твердого деформівного тіла, теорія пружності та пластичності, згин та розтяг пластин

Завідувач кафедри механіки

Декан
механіко-математичного факультету

Олександр Андрейків

Ігор Гуран